

所以 $\angle PAN + \frac{1}{2}\angle PAB = 90^\circ$. 因为 $\angle POA + \angle PAN = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, 所以 $\angle POA = \frac{1}{2}\angle PAB$. 因为 $\angle POA = \angle NOD$, 所以 $\angle NOD = \frac{1}{2}\angle PAB$. 因为 DN 平分 $\angle PDC$, 所以 $\angle ODN = \frac{1}{2}\angle PDC$, 所以 $\angle AND = 180^\circ -$

$\angle NOD - \angle ODN = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle PAB + \angle PDC)$.
由(2)得, $\angle CDP + \angle PAB - \angle APD = 180^\circ$, 所以 $\angle CDP + \angle PAB = 180^\circ + \angle APD$, 所以 $\angle AND = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle PAB + \angle PDC) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + \angle APD) = 180^\circ - \frac{1}{2} \times (180^\circ + 90^\circ) = 45^\circ$.

第2章 二元一次方程组

2.1 二元一次方程

刷基础

1. **C** 【解析】①②④符合二元一次方程的定义, 是二元一次方程; ③未知数的次数都是 2, 不是二元一次方程; ⑤含有一个未知数且未知数的次数是 2, 不是二元一次方程; ⑥是一元一次方程, 不是二元一次方程; ⑦含未知数的项的次数是 2, 不是二元一次方程; ⑧方程含有三个未知数, 不是二元一次方程. 故选 C.

2. **D** 【解析】因为 $(m-2024)x^{|m|-2023} + (n+4)y^{|n|-3} = 2025$ 是关于 x, y 的二元一次方程, 所以 $m-2024 \neq 0, |m|-2023 = 1, n+4 \neq 0, |n|-3 = 1$, 所以 $m = -2024, n = 4$, 故选 D.

3. **B** 【解析】

思路分析
含有两个未知数, 且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫作二元一次方程, 由此解答即可.

关键点拨

将选项中的 x, y 的值分别代入方程的左边, 进而可得出答案.

易错警示

注意考虑三角形两边之和大于第三边, 不要遗漏隐含条件.

A 把 $\begin{cases} x=1, \\ y=4 \end{cases}$ 代入方程 $2x-y=6$, 得左边 $= 2-4 = -2$. 因为左边 \neq 右边, 所以不是方程的解, 不符合题意

B 把 $\begin{cases} x=4, \\ y=2 \end{cases}$ 代入方程 $2x-y=6$, 得左边 $= 8-2 = 6$. 因为左边 $=$ 右边, 所以是方程的解, 符合题意

C 把 $\begin{cases} x=2, \\ y=4 \end{cases}$ 代入方程 $2x-y=6$, 得左边 $= 4-4 = 0$. 因为左边 \neq 右边, 所以不是方程的解, 不符合题意

D 把 $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ 代入方程 $2x-y=6$, 得左边 $= 4-3 = 1$. 因为左边 \neq 右边, 所以不是方程的解, 不符合题意

4. **3** 【解析】把 $\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $mx-y=2m+1$, 得 $3m-2=2m+1$, 解得 $m=3$. 故答案为 3.

5. **A** 【解析】因为碳水化合物含量是蛋白质的 1.5 倍, 且蛋白质的含量为 x g, 所以碳水化合物的含量为 $1.5x$ g. 又因为脂肪的含量为 y g, 碳水化合物、蛋白质与脂肪的含量共 30 g, 所以 $\frac{3}{2}x + x + y = 30$, 即 $\frac{5}{2}x + y = 30$, 故选 A.

6. $\frac{x}{1+10\%} + \frac{y}{1-5\%} = 1\ 000$ 【解析】由题意可列二元一次方程为 $\frac{x}{1+10\%} + \frac{y}{1-5\%} = 1\ 000$, 故答案为 $\frac{x}{1+10\%} + \frac{y}{1-5\%} = 1\ 000$.

7. 【解】因为三角形的周长为 10, 所以 $2a+b=10$. 把 $a=3$ 代入 $2a+b=10$, 得 $6+b=10$, 解得 $b=4$; 把 $a=4$ 代入 $2a+b=10$, 得 $8+b=10$, 解得 $b=2$. 综上, 该方程的两个解为 $\begin{cases} a=3, \\ b=4, \end{cases}$

$\begin{cases} a=4, \\ b=2. \end{cases}$ (答案不唯一)

8. 【解】(1) 依题意, 得 $(4+8)x+8y=840$, 即 $12x+8y=840$.

(2) 由(1)得, $y=105-\frac{3}{2}x$. 当 $x=36$ 时, $y=105-\frac{3}{2} \times 36 = 51$.

(3) 由(2)得, 当 $y=45$ 时, $105-\frac{3}{2}x=45$, 解得 $x=40$, 即甲每天做 40 个.

2.2 二元一次方程组和它的解

刷基础

1. B 【解析】

A

方程组含有三个未知数,不是二元一次方程组,故 A 选项不符合题意

B

方程组是二元一次方程组,故 B 选项符合题意

C、含未知数的项的最高次数是 2,不是二元一次方程组,故 C、D 选项不符合题意

2. $x+y=20$ (答案不唯一) 【解析】根据题意,与 $x-2y=10$ 组成一个二元一次方程组的方程可以是 $x+y=20$. 故答案为 $x+y=20$ (答案不唯一).

3. 0 【解析】因为 $\begin{cases} 3x^{a-1}+8y=2, \\ 4x+bz=y \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程组,所以 $a-1=1, b=0$, 所以 $a=2$, 所以 $ab=2 \times 0=0$. 故答案为 0.

4. D 【解析】把 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 代入方程 $x-y=9$ 中, 左边 $=-7-(-8)=1$, 右边 $=9$, 左边 \neq 右边, 所以 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 不是方程 $x-y=9$ 的解; 把 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 代入方程 $2x-3y=9$ 中, 左边 $=-14-(-24)=10$, 右边 $=9$, 左边 \neq 右边, 所以 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 不是方程 $2x-3y=9$ 的解; 把 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 代入方程 $x-y=1$ 中, 左边 $=-7-(-8)=1$, 右边 $=1$, 左边 $=$ 右边, 所以 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 是方程 $x-y=1$ 的解; 把 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 代入方程 $3x-2y=-5$ 中, 左边 $=-21-(-16)=-5$, 右边 $=-5$, 左边 $=$ 右边, 所以 $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 是方程 $3x-2y=-5$ 的解. 综上, $\begin{cases} x=-7, \\ y=-8 \end{cases}$ 是卡片③和④组成的方程组的解, 故选 D.

5. A 【解析】由题意得 $\begin{cases} x+2=8.3, \\ y-1=1.2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=6.3, \\ y=2.2. \end{cases}$ 故选 A.

归纳总结

二元一次方程组需满足三个条件: ① 方程组中的两个方程都是整式方程; ② 方程组中共含有两个未知数; ③ 每个方程都是一次方程.

关键点拨

解二元一次方程组的关键是消元, 把二元一次方程组转化为一元一次方程.

技巧点拨

观察题干能够发现所求方程组和已知方程组的联系, 就能简化运算. 注意此题中的整体思想.

6. $\begin{cases} x=-3, \\ y=4 \end{cases}$ 【解析】因为从题中两个表格可知,

$\begin{cases} x=-3, \\ y=4 \end{cases}$ 是关于 x, y 的二元一次方程 $a_1x + b_1y = c_1$ 和 $a_2x + b_2y = c_2$ 的公共解, 所以关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 的解是

$\begin{cases} x=-3, \\ y=4. \end{cases}$ 故答案为 $\begin{cases} x=-3, \\ y=4. \end{cases}$

7. -11 【解析】依题意, 把 $\begin{cases} x=-1, \\ y=2 \end{cases}$ 代入 $y=kx + 6$, 得 $2 = -k + 6$, 解得 $k = 4$, 所以 $y = 4x + b$. 将 $\begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases}$ 代入 $y = 4x + b$, 得 $1 = 3 \times 4 + b$, 解得 $b = -11$. 故答案为 -11.

8. A 【解析】根据比赛 9 场可得方程 $x + y = 9$, 根据一共得到 12 分可得方程 $2x + y = 12$, 故可列出的方程组为 $\begin{cases} x+y=9, \\ 2x+y=12. \end{cases}$ 故选 A.

9. $\begin{cases} x=y-90, \\ x+y=150 \end{cases}$ 【解析】因为 $\angle AOD = 150^\circ$, 所以 $\angle COE + \angle EOB = \angle BOC = \angle AOD = 150^\circ$. 由题意可得 $\begin{cases} x=y-90, \\ x+y=150. \end{cases}$ 故答案为 $\begin{cases} x=y-90, \\ x+y=150. \end{cases}$

2.3 解二元一次方程组

课时 1 代入消元法

刷基础

1. C 【解析】 $\begin{cases} 3x-4y=2, \text{①} \\ x=2y-1, \text{②} \end{cases}$ 将②代入①, 得 $3(2y-1) - 4y = 2$. 故选 C.

2. A 【解析】 $\begin{cases} 2x+m=1, \text{①} \\ m=y-3, \text{②} \end{cases}$ 把②代入①, 得 $2x + y - 3 = 1$, 整理得 $2x + y = 4$, 故选 A.

3. 5 【解析】 $\begin{cases} x=y+5, \text{①} \\ x+y+m=0, \text{②} \end{cases}$ 把①代入②, 得 $y + 5 + y + m = 0$, 解得 $y = -\frac{m+5}{2}$. 把 $y = -\frac{m+5}{2}$ 代入①, 得 $x = -\frac{m+5}{2} + 5 = \frac{5-m}{2}$, 所以方程组的解为

$\begin{cases} x=\frac{5-m}{2}, \\ y=-\frac{m+5}{2}. \end{cases}$ 因为关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x=y+5, \\ x+y+m=0 \end{cases}$

的解是方程 $2x-y=5$ 的一个解,所以 $\frac{5-m}{2} \times 2 + \frac{m+5}{2} = 5$, 解得 $m=5$, 故答案为 5.

4. 【解】(1) $\begin{cases} y=3x-2, & \textcircled{1} \\ 6x-3y=5, & \textcircled{2} \end{cases}$ 将 $\textcircled{1}$ 代入 $\textcircled{2}$, 得 $6x-3(3x-2)=5$, 解得 $x=\frac{1}{3}$. 将 $x=\frac{1}{3}$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $y=3 \times \frac{1}{3} - 2 = -1$, 故原方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=-1. \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2y-3x=1, & \textcircled{1} \\ x=y-1, & \textcircled{2} \end{cases}$ 把 $\textcircled{2}$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $2y-3(y-1)=1$, 解得 $y=2$. 把 $y=2$ 代入 $\textcircled{2}$, 得 $x=2-1=1$, 故原方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

5. C 【解析】用代入法解方程组 $\begin{cases} 2s+t=1, & \textcircled{1} \\ 3s-5t=8, & \textcircled{2} \end{cases}$ 由 $\textcircled{2}$ 得 $t=\frac{3s-8}{5}$, 再代入 $\textcircled{1}$, 或由 $\textcircled{2}$ 得 $s=\frac{5t+8}{3}$, 再代入 $\textcircled{1}$; 由 $\textcircled{1}$ 得 $t=1-2s$, 再代入 $\textcircled{2}$, 或由 $\textcircled{1}$ 得 $s=\frac{1-t}{2}$, 再代入 $\textcircled{2}$. 故选 C.

6. -1 【解析】由题意得 $\begin{cases} 2x+5y=-6, & \textcircled{1} \\ 3x-5y=16, & \textcircled{2} \end{cases}$ 由 $\textcircled{1}$ 得 $x=\frac{-6-5y}{2}$, $\textcircled{3}$ 将 $\textcircled{3}$ 代入 $\textcircled{2}$ 得 $\frac{3(-6-5y)}{2} - 5y = 16$, 解得 $y=-2$, 将 $y=-2$ 代入 $\textcircled{3}$ 得 $x=\frac{-6-5 \times (-2)}{2} = 2$, 所以 $\begin{cases} x=2, \\ y=-2. \end{cases}$ 把 $\begin{cases} x=2, \\ y=-2 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} ax-by=-4, \\ bx+ay=-8 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 2a+2b=-4, \\ 2b-2a=-8, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=-3, \end{cases}$ 所以 $(2a+b)^{2023} = [2 \times 1 + (-3)]^{2023} = (-1)^{2023} = -1$, 故答案为 -1.

7. 【解】(1) $\begin{cases} x-y=3, & \textcircled{1} \\ 3x-8y=14, & \textcircled{2} \end{cases}$ 由 $\textcircled{1}$ 得 $x=y+3$. $\textcircled{3}$ 把 $\textcircled{3}$ 代入 $\textcircled{2}$, 得 $3(y+3)-8y=14$, 解得 $y=-1$. 把 $y=-1$ 代入 $\textcircled{3}$, 得 $x=2$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \frac{x+1}{3}=2y, & \textcircled{1} \\ 2(x+1)-y=11, & \textcircled{2} \end{cases}$ 由 $\textcircled{1}$ 可得 $x+1=6y$. $\textcircled{3}$ 把 $\textcircled{3}$ 代入 $\textcircled{2}$, 可得 $2 \times 6y - y = 11$, 解得 $y=1$. 将 $y=1$ 代入 $\textcircled{3}$, 得 $x+1=6$, 解得 $x=5$, 所以原方

易错警示

用代入法消元, 要注意整体代入时, 要加括号, 否则很容易因前面是负号或者系数不为 1 导致错误.

程组的解为 $\begin{cases} x=5, \\ y=1. \end{cases}$

刷易错

8. 【解】任务一: 小强解方程组的过程中, 从第二步开始出现错误, 错误的原因是整体代入时未添加括号. 故答案为二, 整体代入时未添加括号.

任务二: $\begin{cases} x-2y=1, & \textcircled{1} \\ 2x+2y=5, & \textcircled{2} \end{cases}$ 由 $\textcircled{1}$ 得 $x=2y+1$. $\textcircled{3}$

将 $\textcircled{3}$ 代入 $\textcircled{2}$, 得 $2(2y+1)+2y=5$, 解得 $y=\frac{1}{2}$.

把 $y=\frac{1}{2}$ 代入 $\textcircled{3}$, 得 $x=2$, 所以原方程组的解

为 $\begin{cases} x=2, \\ y=\frac{1}{2}. \end{cases}$

课时 2 加减消元法



刷基础

1. C 【解析】 $\begin{cases} x+y=5, & \textcircled{1} \\ x-y=3, & \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1}+\textcircled{2}$, 得 $2x=8$, 解得 $x=4$, $\textcircled{1}-\textcircled{2}$, 得 $2y=2$, 解得 $y=1$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=4, \\ y=1, \end{cases}$ 故选 C.

2. A 【解析】因为 $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=-1, \\ y=4 \end{cases}$ 都是方程 $y=kx+b$ (k, b 是常数) 的解, 所以 $\begin{cases} k+b=2, & \textcircled{1} \\ -k+b=4, & \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1}+\textcircled{2}$, 得 $2b=6$, 解得 $b=3$, $\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 得 $2k=-2$, 解得 $k=-1$, 所以 $\begin{cases} k=-1, \\ b=3. \end{cases}$ 故选 A.

3. A 【解析】因为关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x-y=7, \\ ax+y=b \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x+by=a, \\ 3x+y=8 \end{cases}$ 的解相同, 所以 $\begin{cases} 2x-y=7, & \textcircled{1} \\ 3x+y=8, & \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1}+\textcircled{2}$, 得 $5x=15$, 解得 $x=3$. 将 $x=3$ 代入 $\textcircled{2}$, 得 $9+y=8$, 解得 $y=-1$, 所以 $\begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$ 将 $\begin{cases} x=3, \\ y=-1 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} ax+y=b, \\ x+by=a, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 3a-1=b, \\ 3-b=a, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=2. \end{cases}$ 故选 A.

4. 2 【解析】由题意得, $x+y=0$, 所以 $\begin{cases} x-2y=9, & \textcircled{1} \\ x+y=0, & \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{2}-\textcircled{1}$, 得 $3y=-9$, 解得 $y=-3$.

关键点拨

本题考查了同解方程组, 解决这类问题的关键是把两个方程组中不含参数的方程重组联立, 求此方程组的解, 再将解代入含参数的方程组中求参数的值.

将 $y = -3$ 代入①可得 $x = 3$. 把 $x = 3, y = -3$ 代入 $3x + 2y = k + 1$, 得 $k + 1 = 3 \times 3 + 2 \times (-3) = 3$, 所以 $k = 2$.

5. C 【解析】

- | | |
|---|--|
| A | ① $\times 2$ -②, 得 $7y = 7$, 能消元, 故 A 选项不符合题意 |
| B | ② $\times 3$ +①, 得 $7x = 7$, 能消元, 故 B 选项不符合题意 |
| C | ①-② $\times 3$, 得 $-5x + 6y = 1$, 不能消元, 故 C 选项符合题意 |
| D | ① $\times (-2)$ +②, 得 $-7y = -7$, 能消元, 故 D 选项不符合题意 |

6. A 【解析】根据题中的新定义得 $\begin{cases} 4x + y = 5, & \text{①} \\ 5x + 3y = 1, & \text{②} \end{cases}$ ① $\times 3$ -②, 得 $7x = 14$, 解得 $x = 2$, 把 $x = 2$ 代入①, 得 $y = -3$, 即满足条件的 x 和 y 的值是 $\begin{cases} x = 2, \\ y = -3, \end{cases}$ 故选 A.

7. 3 【解析】根据题意得 $|3x + 2y - 4| + 9(5x + 7y - 3)^2 = 0$, 所以 $\begin{cases} 3x + 2y = 4, & \text{①} \\ 5x + 7y = 3, & \text{②} \end{cases}$ ② $\times 3$ -① $\times 5$, 得 $11y = -11$, 解得 $y = -1$. 将 $y = -1$ 代入①, 得 $3x - 2 = 4$, 解得 $x = 2$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1, \end{cases}$ 所以 $2x + y = 4 - 1 = 3$. 故答案为 3.

8. $-\frac{12}{11}$ 【解析】 $\begin{cases} 3x + 4y = 4m + 3, & \text{①} \\ 11x + 6y = 4, & \text{②} \end{cases}$ ① $\times 2$, 得 $6x + 8y = 8m + 6$, ③ ②-③, 得 $5x - 2y = -8m - 2$. 由于方程组的解满足方程 $5x - 2y = 3m + 10$, 故可得 $-8m - 2 = 3m + 10$, 解得 $m = -\frac{12}{11}$.

9. 【解】(1) $\begin{cases} 3x + 5y = 8, & \text{①} \\ 2x - y = 1, & \text{②} \end{cases}$ ② $\times 5$ 得 $10x - 5y = 5$, ③ ③+①, 得 $13x = 13$, 解得 $x = 1$. 将 $x = 1$ 代入②, 得 $y = 1$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$
(2) 设 $x + y = m, x - y = n$, 则原方程组可化为 $\begin{cases} 3m - 4n = 6, & \text{①} \\ 3m - n = 6, & \text{②} \end{cases}$ ①-②, 得 $-3n = 0$, 解得 $n = 0$. 将 $n = 0$ 代入①, 得 $3m = 6$, 解得 $m = 2$, 所以 $\begin{cases} x + y = 2, \\ x - y = 0, \end{cases}$ 两式相加, 得 $2x = 2$, 解得 $x = 1$, 将

关键点拨

本题主要考查了解二元一次方程组, 正确理解“等解”方程组是关键.

$x = 1$ 代入 $x + y = 2$, 得 $y = 1$, 所以原方程组的解

$$\text{为 } \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$$

10. 【解】(1) 因为关于 x, y 的方程组

$$\begin{cases} x + 2y = 3, \\ mx + y = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ 为“等解”方程组, 所以 } x = y, \text{ 所}$$

$$\text{以 } \begin{cases} x + 2x = 3, \\ mx + x = \frac{5}{2} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 1, \\ m = \frac{3}{2}, \end{cases} \text{ 即 } m \text{ 的值为 } \frac{3}{2}.$$

(2) 是“等解”方程组. 理由如下:

$$\begin{cases} ax + by = c, & \text{①} \\ bx + ay = c, & \text{②} \end{cases} \text{ ①-②, 得 } ax + by - bx - ay = 0,$$

整理得 $(a-b)x - (a-b)y = 0$, 所以 $(a-b)(x-y) = 0$. 因为 $a \neq b$, 所以 $x - y = 0$, 所以 $x = y$, 所以关于 x, y 的二元一次方程组

$$\begin{cases} ax + by = c, \\ bx + ay = c \end{cases} \text{ (} a, b, c \text{ 为常数, 且 } a \neq b \text{) 是“等}$$

解”方程组.



刷提升

1. A 【解析】因为 $\begin{cases} x + 2y = -a + 1, \\ x - 3y = 4a + 6 \end{cases}$ (a 是常数),

所以 $\begin{cases} x = a + 3, \\ y = -a - 1, \end{cases}$ 则 $kx - y = (a + 3)k - (-a - 1) = (k + 1)a + 3k + 1$. 因为不论 a 取什么实数, 代数式 $kx - y$ (k 是常数) 的值始终不变, 所以 $k + 1 = 0$, 所以 k 的值为 -1 , 故选 A.

2. C 【解析】 $\begin{cases} ax + 2(a-1)y = a, & \text{①} \\ 2x + 2y = 3, & \text{②} \end{cases}$ ② $\times (a-1)$ 得

$2(a-1)x + 2(a-1)y = 3(a-1)$, ③ ③-①整理得 $(a-2)x = 2a-3$. 当 $a = 2$ 时, 方程组无解; 当 $a \neq 2$ 时, 方程组有唯一解; 当 $x = 0$ 时, $(a-2) \times 0 = 2a-3$, 解得 $a = \frac{3}{2}$. 故①②错误, ③④正确, 故选 C.

3. -2 【解析】 $\begin{cases} mx + 2y = 10, & \text{①} \\ 3x + 2y = 0, & \text{②} \end{cases}$ ①-②得 $(m-3) \cdot$

$x = 10$, 所以 $x = \frac{10}{m-3}$, 将 $x = \frac{10}{m-3}$ 代入②得

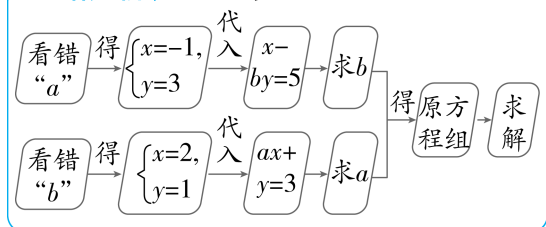
$$\frac{30}{m-3} + 2y = 0, \text{ 所以 } y = -\frac{15}{m-3}, \text{ 所以 } \begin{cases} x = \frac{10}{m-3}, \\ y = -\frac{15}{m-3}. \end{cases}$$

因为关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} mx + 2y = 10, \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$ 有整数

解,所以 $m-3$ 为 10 和 15 的公约数. 又因为 m 为负整数,所以 $m-3=-5$,解得 $m=-2$,故答案为 -2.

4. $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$

思路分析 | 方程组看错问题



【解析】因为在解方程组的过程中,小丽看错常数“ a ”,解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=3, \end{cases}$ 所以 $-1-3b=5$,解得 $b=-2$. 因为在解方程组的过程中,小明看错常数“ b ”,解得 $\begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases}$ 所以 $2a+1=3$,解得 $a=1$,所以原方程组是 $\begin{cases} x+y=3, \text{①} \\ x+2y=5, \text{②} \end{cases}$ ①-②,得 $-y=-2$,解得 $y=2$. 将 $y=2$ 代入①,得 $x+2=3$,解得 $x=1$,所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=2. \end{cases}$

5. -6 **【解析】**当 $x \geq 0, y \geq 0$ 时,原方程组为 $\begin{cases} x-x+y=-2, \\ y-x-y=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-2, \end{cases}$ 不符合题意;当 $x \geq 0, y < 0$ 时,原方程组为 $\begin{cases} x-x+y=-2, \\ -y-x-y=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=-2, \end{cases}$ 符合题意;当 $x < 0, y \geq 0$ 时,原方程组为 $\begin{cases} -x-x+y=-2, \\ y-x-y=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-1, \\ y=-4, \end{cases}$ 不符合题意;当 $x < 0, y < 0$ 时,原方程组为 $\begin{cases} -x-x+y=-2, \\ -y-x-y=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=\frac{3}{5}, \\ y=-\frac{4}{5}, \end{cases}$ 不符合题意. 综上,原方程组的解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=-2, \end{cases}$ 所以 $xy=3 \times (-2) = -6$.

6. **【解】**设 $\frac{1}{x}=m, \frac{1}{y}=n$,则原方程组可变形为关于 m, n 的方程组 $\begin{cases} 5m+2n=11, \text{①} \\ 3m-2n=13. \text{②} \end{cases}$ ①+②,得 $8m=24$,解得 $m=3$.

关键点拨

本题考查了平行线的性质、二元一次方程组的应用等知识,理解新定义的含义是解题的关键.

将 $m=3$ 代入①,解得 $n=-2$,

则变形后的方程组的解为 $\begin{cases} m=3, \\ n=-2. \end{cases}$

由 $\frac{1}{x}=3, \frac{1}{y}=-2$,得原方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=-\frac{1}{2}. \end{cases}$

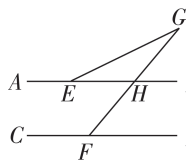
刷素养

7. **【解】**(1) 设 $\angle P$ 的“3 系数补角”的度数是 x . 因为 $\angle P = 90^\circ$,所以 $90^\circ + 3x = 180^\circ$,解得 $x = 30^\circ$,所以 $\angle P$ 的“3 系数补角”是 30° . 故答案为 30° . (2) 因为 $\angle P$ 比 $\angle Q$ 的 2 倍多 12° ,所以 $\angle P = 2\angle Q + 12^\circ$. 因为 $\angle Q$ 是 $\angle P$ 的“4 系数补角”,所以 $\angle P + 4\angle Q = 180^\circ$,所以 $2\angle Q + 12^\circ + 4\angle Q = 180^\circ$,所以 $\angle Q = 28^\circ$.

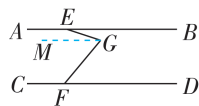
(3) 设 $\angle BEG = m, \angle EGF = n$,分以下三种情况:

如图(1),当 G 在 AB 上方时,设 AB 与 GF 相交于点 H . 因为 $AB \parallel CD$, $\angle DFG = 50^\circ$,所以 $\angle BHG = \angle DFG = 50^\circ$. 因为 $\angle BEG + \angle EGF + \angle EHG = 180^\circ$, $\angle EHG + \angle BHG = 180^\circ$,所以 $\angle BEG + \angle EGF = \angle BHG$,所以 $m+n=50^\circ$. 由题意得 $\angle EGF + 6\angle BEG = 180^\circ$,即 $n+6m=180^\circ$.

联立 $\begin{cases} m+n=50^\circ, \\ n+6m=180^\circ, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=26^\circ, \\ n=24^\circ, \end{cases}$ 所以 $\angle BEG = 26^\circ$.



图(1)



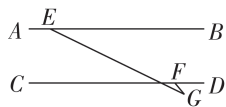
图(2)

如图(2),当 G 在 AB, CD 之间时,过 G 作 $GM \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$,所以 $AB \parallel CD \parallel GM$,所以 $\angle BEG = \angle MGE$, $\angle MGF = \angle DFG$,所以 $\angle EGF = \angle BEG + \angle DFG$,即 $n=m+50^\circ$. 由题意得 $\angle EGF + 6\angle BEG = 180^\circ$,即 $n+6m=180^\circ$. 联

立 $\begin{cases} n=m+50^\circ, \\ n+6m=180^\circ, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=\left(\frac{130}{7}\right)^\circ, \\ n=\left(\frac{480}{7}\right)^\circ, \end{cases}$ 所以

$\angle BEG = \left(\frac{130}{7}\right)^\circ$.

如图(3),当 G 在 CD 下方时,同理可得 $\angle DFG = \angle BEG + \angle EGF$,即 $m+n=50^\circ$. 因为 $\angle EGF +$



图(3)

刷有所得

本题使用的方法为换元法,使用换元法时要注意换元后新元的取值范围要符合题意.

2.4 二元一次方程组的应用

课时 1 配套问题、行程问题和工程问题



刷基础

1. 12 【解析】设用 x 张卡纸做侧面, 用 y 张卡纸做底面, 则裁出侧面的个数为 $2x$, 底面的个数为 $3y$. 由题意得

$$\begin{cases} x+y=14, \\ 2 \times 2x=3y, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=6, \\ y=8, \end{cases} \text{ 所以}$$

用 6 张卡纸做侧面, 用 8 张卡纸做底面, 则裁出侧面的个数为 12, 底面的个数为 24, 所以这些卡纸最多可以做成包装盒的个数为 12. 故答案为 12.

2. 【解】设安排 x 名工人生产茶杯, y 名工人生产茶壶. 根据题意, 得

$$\begin{cases} x+y=120, \\ 200x=8 \times 50y, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=80, \\ y=40. \end{cases}$$

答: 安排 80 名工人生产茶杯, 40 名工人生产茶壶才能使生产的茶杯和茶壶配套.

3. B 【解析】设甲的速度为 x 千米/时, 乙的速度为 y 千米/时. 根据题意, 得

$$\begin{cases} \frac{9}{5}(x+y)=18, \\ \frac{2}{3}x+\frac{3}{2}(x+y)=18, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=4.5, \\ y=5.5. \end{cases} \text{ 故选 B.}$$

4. 80 【解析】若甲车行驶到 C 地时返回, 到达 A 地时燃料恰好用完, 乙车行驶到 B 地再返回 A 地时燃料恰好用完, 则 B 地距离 A 地最远, 在这种情况下, 设 A 地与 B 地之间的距离为 x 千米, A 地与 C 地之间的距离为 y 千米.

$$\begin{cases} 2x+2y=120 \times 2, \\ x-y+x=120, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=80, \\ y=40, \end{cases}$$

所以 B 地最远可距离 A 地 80 千米, 故答案为 80.

5. 20 【解析】由题意得

$$\begin{cases} 4x+9y=120, \\ 8x+3y=120, \end{cases}$$

①+②, 得 $12x+12y=240$, 所以 $x+y=20$.

6. 【解】设规定时间是 x 天, 这批仪器共 y 台. 由

$$\begin{cases} 30x=\frac{4}{5}y, \\ 40(x-1)=y+25, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x=26, \\ y=975. \end{cases}$$

答: 规定时间是 26 天, 这批仪器共 975 台.



刷提升

1. C 【解析】设两个工程队各工作了 x 天, 在施

$6 \angle BEG = 180^\circ$, 所以 $n + 6m = 180^\circ$. 联立

$$\begin{cases} m+n=50^\circ, \\ n+6m=180^\circ, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=26^\circ, \\ n=24^\circ, \end{cases} \text{ 所以}$$

$\angle BEG = 26^\circ$.

综上, $\angle BEG$ 的度数为 26° 或 $\left(\frac{130}{7}\right)^\circ$.



微专题

1. 【解】(1) 设 $\frac{a}{4} - 1 = x$, $\frac{b}{3} + 2 = y$, 所以原方程组

$$\begin{cases} x+2y=4, \\ 2x+y=5, \end{cases} \text{ ① ②} \text{ ②}-① \times 2, \text{ 得 } -3y=-3,$$

解得 $y=1$. 把 $y=1$ 代入①, 得 $x+2=4$, 解得 $x=$

$$2, \text{ 所以方程组的解为 } \begin{cases} x=2, \\ y=1, \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} \frac{a}{4}-1=2, \\ \frac{b}{3}+2=1, \end{cases} \text{ 解得}$$

$$\begin{cases} a=12, \\ b=-3, \end{cases} \text{ 所以原方程组的解为 } \begin{cases} a=12, \\ b=-3. \end{cases}$$

(2) 设 $5(m-3)=x$, $3(n+2)=y$, 则关于 m, n 的方程组

$$\begin{cases} 5a_1(m-3)+3b_1(n+2)=c_1, \\ 5a_2(m-3)+3b_2(n+2)=c_2 \end{cases} \text{ 可化为}$$

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2. \end{cases} \text{ 因为关于 } x, y \text{ 的方程组}$$

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \text{ 的解为 } \begin{cases} x=10, \\ y=6, \end{cases} \text{ 所以}$$

$$\begin{cases} 5(m-3)=10, \\ 3(n+2)=6, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m=5, \\ n=0. \end{cases}$$

(3) 将方程①变形为 $\frac{3}{2}(2x+z+8y) - \frac{7}{2}z =$

47, ③ 将方程②代入③, 得 $\frac{3}{2} \times 36 - \frac{7}{2}z = 47$,

$$\text{解得 } z=2.$$

①-②, 得 $2x+2y=0$, 即 $x+y=0$. ③

③ $\times 2$ 022, 得 $2\ 022x+2\ 022y=0$. ④ ②-④, 得

$$\begin{cases} x=1, \\ y=-1. \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2\ 025x+2\ 024y=2\ 026, \\ 2\ 024x+2\ 025y=2\ 023, \end{cases} \text{ ① ②} \text{ ①} + \text{②, 得}$$

$$4\ 049x+4\ 049y=4\ 049, \text{ 即 } x+y=1. \text{ ③}$$

$$\text{③} \times 2\ 024, \text{ 得 } 2\ 024x+2\ 024y=2\ 024. \text{ ④}$$

②-④, 得 $y=-1$, 将 $y=-1$ 代入③, 得 $x=2$,

$$\text{所以原方程组的解为 } \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$$

关键点拨

解本题的关键是找出 2 个等量关系: ①卡纸的总张数 = 14, ②侧面的数量 $\times 2$ = 底面的数量.

刷有所得

换元法: 如果方程或方程组由某几个代数式整体组成, 那么可以引入一个或几个新的变量来代替它们, 使之转化为新的方程或方程组, 然后求解, 进而求原方程或方程组的解.

刷有所得

(2) 解轮换式方程组时, 两式相加后不同字母的系数相同, 然后两边同时除以公倍数, 最后联立计算. 通常的计算方法是加减消元法.

工期间有 y 天有雨. 由题意得,
$$\begin{cases} \frac{1}{14}(x-y) + \frac{1}{14} \times (1-30\%)y = 1, \\ \frac{1}{15}(x-y) + \frac{1}{15} \times (1-20\%)y = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 17, \\ y = 10, \end{cases}$$

所以两个工程队各工作了 17 天, 故选 C.

2. 75 【解析】由题意得, 甲车速度为 $30 \div \frac{30}{60} = 60$ (千米/时). 设乙车故障前的速度为 v 千米/时. 根据题意, 得 $\frac{45}{60}v = 30 + 60 \times \frac{45}{60}$, 解得 $v = 100$, 所以乙车故障后的速度为 $100 - 40 = 60$ (千米/时). 设乙车故障前行驶了 x_1 小时, 修好后行驶了 x_2 小时. 根据题意, 得
$$\begin{cases} 100x_1 + 60x_2 = 300, \\ 30 + 60(x_1 + x_2 + 1) = 300, \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x_1 = \frac{9}{4}, \\ x_2 = \frac{5}{4}, \end{cases}$$
 所以乙车从出发到修好故障共用时 $\frac{9}{4} \times 60 + 60 = 195$ (分), 此时甲车行驶了 $60 \times \frac{30 + 195}{60} = 225$ (千米), 所以 $300 - 225 = 75$ (千米), 故答案为 75.

3. 【解】(1) 根据题意得, 需要安排 $(290 - 16 \times 10) \div 10 = 13$ (名).
答: 需要安排 13 名初级工.
(2) 设安排初级工 x 人, 高级工 y 人. 根据题意, 得
$$\begin{cases} 10x + 16y = 290, \\ 150x + 480y = 7\,950, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 5, \\ y = 15. \end{cases}$$

答: 需要安排初级工 5 人, 高级工 15 人.
(3) 设参与生产的初级工有 m 人, 高级工有 n 人, 则 $10m + 16n = 290$, 化简得 $m = 29 - \frac{8}{5}n$. 列表如下:

n	0	5	10	15
m	29	21	13	5
参与指导的高级工人数	8	6	4	2
高级工总人数	8	11	14	17
总薪酬	8 190	8 430	8 670	8 910

所以应安排初级工 29 名, 高级工 8 名.
4. 【解】(1) 盛盛: 由 $x + y = 29\,000$, $\frac{x}{100}, \frac{y}{150}$ 可

关键点拨
本题考查用二元一次方程组解决行程问题, 抓住路程、速度、时间之间的关系是解题的关键.

思路分析
设这间会议室的座位排数是 x , 学生人数是 y . 根据“每排座位坐 12 人, 则有 11 人没有座位”, 得到 $12x + 11 = y$; 根据“每排座位坐 14 人, 则余 1 人独坐一排”, 得到 $14(x-1) + 1 = y$.

知, x 表示甲工程队修建快速路的长度, y 表示乙工程队修建快速路的长度.
乐乐: 由 $x + y = 260, 100x, 150y$ 可知, x 表示甲工程队修建快速路的天数, y 表示乙工程队修建快速路的天数.
故答案为甲工程队修建快速路的长度, 乙工程队修建快速路的长度; 甲工程队修建快速路的天数, 乙工程队修建快速路的天数.

(2) 由 (1) 可知, 盛盛:
$$\begin{cases} x + y = 29\,000, \\ \frac{x}{100} + \frac{y}{150} = 260. \end{cases}$$

乐乐:
$$\begin{cases} x + y = 260, \\ 100x + 150y = 29\,000. \end{cases}$$

故答案为 260, 29 000.
(3) 选择盛盛的方法解答:

$$\begin{cases} x + y = 29\,000, \\ \frac{x}{100} + \frac{y}{150} = 260, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 20\,000, \\ y = 9\,000. \end{cases}$$

答: 甲工程队修建快速路的长度为 20 000 米, 乙工程队修建快速路的长度为 9 000 米.
选择乐乐的方法解答:
$$\begin{cases} x + y = 260, \\ 100x + 150y = 29\,000, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 200, \\ y = 60, \end{cases}$$

则甲工程队修建快速路的长度为 $200 \times 100 = 20\,000$ (米), 乙工程队修建快速路的长度为 $60 \times 150 = 9\,000$ (米).
答: 甲工程队修建快速路的长度为 20 000 米, 乙工程队修建快速路的长度为 9 000 米.

课时 2 分配问题、图形问题和其他问题

刷基础

1. C 【解析】设这间会议室的座位排数是 x , 学生人数是 y . 根据题意, 得
$$\begin{cases} 12x + 11 = y, \\ 14(x-1) + 1 = y, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 12, \\ y = 155. \end{cases}$$
 故选 C.
2. 【解】(1) 设七年级有 x 人, 原计划租用 45 座客车 y 辆.
由题意得
$$\begin{cases} 45y + 15 = x, \\ 60(y-1) = x, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x = 240, \\ y = 5. \end{cases}$$

答: 七年级有 240 人, 原计划租用 45 座客车 5 辆.
(2) 设租用 45 座客车 m 辆, 60 座客车 n 辆. 依题意得 $45m + 60n = 240$, 即 $3m + 4n = 16$,

其非负整数解有两组,为 $\begin{cases} m=0, \\ n=4 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} m=4, \\ n=1 \end{cases}$.
故有两种租车方案:只租用 60 座客车 4 辆或租用 45 座客车 4 辆和 60 座客车 1 辆. 当 $m=0, n=4$ 时,租车费用为 $300 \times 4 = 1\,200$ (元); 当 $m=4, n=1$ 时,租车费用为 $220 \times 4 + 300 \times 1 = 1\,180$ (元).
因为 $1\,180 < 1\,200$,所以租用 45 座客车 4 辆和 60 座客车 1 辆更合算.

3. B 【解析】设每个小长方形的长为 x cm, 宽为 y cm. 依题意得
$$\begin{cases} x+y-2y=5, \\ x+3y=17, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} x=8, \\ y=3, \end{cases}$$
所以阴影部分的面积之和为 $17 \times (2y+5) - 6xy = 17 \times (2 \times 3 + 5) - 6 \times 8 \times 3 = 17 \times 11 - 6 \times 8 \times 3 = 187 - 144 = 43$ (cm²). 故选 B.

4. A 【解析】设该玻璃密封容器下面圆柱体的底面半径为 r cm, 上面长方体的底面积为 s cm². 根据题意得
$$\begin{cases} 5 \times 3r^2 + 3s = 450, & \text{①} \\ 3 \times 3r^2 + 9s = 450, & \text{②} \end{cases}$$
① $\times 3$ -②,得 $36r^2 = 900$,解得 $r = 5$ (负值不合题意,舍去),所以该玻璃密封容器下面圆柱体的底面半径为 5 cm,故选 A.

5. 6 【解析】根据题意,得
$$\begin{cases} k+b=6.3, \\ 4k+b=7.2, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} k=0.3, \\ b=6, \end{cases}$$
故答案为 6.

6. 12 【解析】设需要取用 8% 的盐水 x 千克, 取用 13% 的盐水 y 千克. 由题意得
$$\begin{cases} x+y=20, \\ \frac{8\%x+13\%y}{20}=10\%, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} x=12, \\ y=8, \end{cases}$$
所以需要取用 8% 的盐水 12 千克, 取用 13% 的盐水 8 千克. 故答案为 12.

7. 【解】设一部 A 品牌手机的销售价格是 x 元, 一部 B 品牌平板电脑的销售价格是 y 元. 根据题意,得
$$\begin{cases} x-600=y, \\ 15\%x+10\%y=740, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} x=3\,200, \\ y=2\,600. \end{cases}$$
答:一部 A 品牌手机的销售价格是 3 200 元, 一部 B 品牌平板电脑的销售价格是 2 600 元.

刷提升

1. A 【解析】如图所示, 对各正方形进行编号, 根据题意可得正方形①的边长为 $8 \div 4 = 2$. 设正方形②的边长为 x , 正方形③的边长为 y , 则 $y-x=2$, 正方形④的边长为 $x+y$, 正方形⑥的边长为 $y+2$, 正方形⑦的边长为 $y+4$, 正方形

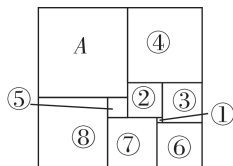
思路分析

(1) 设七年级有 x 人, 原计划租 45 座客车 y 辆. 由题意“原计划租用 45 座客车若干辆, 但有 15 人没有座位; 若租用同样数量的 60 座客车, 则多出一辆, 且其余客车恰好坐满”, 列出二元一次方程组, 解方程组即可;
(2) 根据 45 座客车和 60 座客车的每日租金计算出两种租车方案各自的费用, 比较后即可得出结论.

思路分析

对各正方形进行编号, 设正方形②的边长为 x , 正方形③的边长为 y , 用含 x, y 的代数式分别表示出其他正方形的边长, 找出等量关系, 列出二元一次方程组进行求解即可.

⑤的边长为 $y-x+6$, 正方形⑧的边长为 $2y-x+10$, 正方形 A 的边长为 $3y-2x+16$ 或 $3x-6$, 则
$$\begin{cases} y-x=2, \\ 3y-2x+16=3x-6, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} x=14, \\ y=16, \end{cases}$$
所以最大正方形 A 的面积为 $(3x-6)^2 = (3 \times 14 - 6)^2 = 36^2 = 1\,296$, 故选 A.



2. 15 【解析】设 A 书籍的售价为 x 元/本, B 书籍的售价为 y 元/本. 根据题意可得,
$$\begin{cases} 36x+25y=3\,495, \\ 24x+30y=3\,330, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} x=45, \\ y=75. \end{cases}$$
设张老师购

买了 A 种打折书籍 m 本, 购买了 B 种打折书籍 a 本, 购买了原价 B 书籍 b 本, 则购买了原价 A 书籍 $(3m-a-b)$ 本. 根据题意得, $45 \times 0.6m + 45(3m-a-b) + 75 \times 0.6a + 75b = 3\,150$, 整理得, $27m + 5b = 525$, 所以 $b = 105 - \frac{27}{5}m$. 因为 $a, m, b, 3m-a-b$ 均为正整数, 所以 m 为 5 的倍数, 且 $3m > a+b$. 当 $m=5$ 时, $b=78$ (舍去); 当 $m=10$ 时, $b=51$ (舍去); 当 $m=15$ 时, $b=24$; 当 $m=20$ 时, $b=-3$ (舍去). 故答案为 15.

3. -41 【解析】设有 p 个 x 取 2, 有 q 个 x 取 -3. 根据题意得
$$\begin{cases} 2p-3q=1, \\ 4p+9q=47, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} p=5, \\ q=3, \end{cases}$$
所以
$$x_1^3 + x_2^3 + \cdots + x_n^3 = 5 \times 2^3 + 3 \times (-3)^3 = -41.$$

4. 【解】(1) 因为当 $t=1$ 时, 速度 $v=5.5$; 当 $t=6$ 时, 速度 $v=18$,

所以
$$\begin{cases} v_0+a=5.5, \\ v_0+6a=18, \end{cases}$$
解得
$$\begin{cases} v_0=3, \\ a=2.5. \end{cases}$$

(2) 由(1)得 $v = 3 + 2.5t$, 当 $v = 21$ 时, $21 = 3 + 2.5t$, 解得 $t = 7.2$.

5. 【解】(1) 由题意得, $m+3+5=3+4-1$, 解得 $m=-2$; $5+n-1=3+4-1$, 解得 $n=2$. 故答案为 -2, 2.

(2) 由题图得, $a+2a = -\frac{4}{3}b-a$, 所以 $a = -\frac{1}{3}b$.

(3) 设中间的数为 x , 如图.

a	$2a$	b
$b-1$	x	$-\frac{4}{3}b$
		$-a$

$$\text{由题意得} \begin{cases} a+2a+b=b-\frac{4}{3}b-a, \\ a+x-a=b-1+x-\frac{4}{3}b, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=1, \\ b=-3. \end{cases}$$

6. 【解】(1) 设 A、B 两种货车每辆每次分别可以运输物资 x 吨, y 吨.

$$\text{根据题意, 得} \begin{cases} 12x+8y=360, \\ 5x+4y=160, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=20, \\ y=15, \end{cases} 20 \times 18+15 \times 12=540 \text{ (吨). 故答案为 } 540.$$

(2) 设 A、B 两种货车各需要 m 辆, n 辆. 根据题意, 得 $20m+15n=190$, 所以 $n=\frac{38-4m}{3}$.

因为 m, n 均为正整数, 所以①当 $m=2$ 时, $n=10$; ②当 $m=5$ 时, $n=6$; ③当 $m=8$ 时, $n=2$.

综上, 可行的运输方案有①安排 A 货车 2 辆, B 货车 10 辆; ②安排 A 货车 5 辆, B 货车 6 辆; ③安排 A 货车 8 辆, B 货车 2 辆.

重难专题 1 运用二元一次方程组解决图表信息题

刷难关

1. 30 20 【解析】设较长的铁棒的长度为 x cm, 较短的铁棒的长度为 y cm. 由题意得

$$\begin{cases} x+y=55, \\ \frac{2}{3}x=\frac{4}{5}y, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=30, \\ y=25. \end{cases} \text{因此较长的铁棒的长}$$

度为 30 cm, 木桶中水的深度为 $30 \times \frac{2}{3} = 20$ (cm). 故答案为 30, 20.

2. 【解】(1) 设小长方形的宽为 m m, 长为 n m.

$$\text{依题意有} \begin{cases} m+2n=60, \\ 2m+n=45, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m=10, \\ n=25. \end{cases}$$

答: 小长方形的相邻两边长分别是 10 m 和 25 m.

(2) 是. 因为 1 个小长方形的周长为 $2(x+y)$, 大长方形的周长为 $2(2x+y+x+2y)=6(x+y)=3 \times 2(x+y)$, 所以 1 个小长方形的周长与大长方形周长的比值为 $\frac{2(x+y)}{3 \times 2(x+y)} = \frac{1}{3}$,

即 1 个小长方形的周长与大长方形的周长的

关键点拨

根据题中所给的数据正确列出方程组是解题关键.

比值是定值, 这个值为 $\frac{1}{3}$.

3. 【解】(1) ①设购进 A 种大米 x 袋, 购进 B 种大米 y 袋.

$$\text{依题意, 得} \begin{cases} x+y=90, \\ 20x+30y=2\,200, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=50, \\ y=40. \end{cases}$$

答: 购进 A 种大米 50 袋, 购进 B 种大米 40 袋.

②设 6 月份售出 A 种大米 m 袋, B 种大米 n 袋.

$$\text{依题意, 得 } 30m+45n=1\,200,$$

$$\text{化简, 得 } 2m+3n=80, \text{ 所以 } 20m+30n=10(2m+3n)=10 \times 80=800.$$

答: 该超市 6 月份已售出大米的进货款为 800 元.

(2) 设 7 月份该超市购进 A 种大米 a 袋, B 种大米 b 袋, 则购进 C 种大米 $\left(\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b\right)$ 袋.

$$\text{依题意, 得 } 20a+30b+10\left(\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b\right)=2\,200,$$

$$\text{化简, 得 } 7a+11b=660, \text{ 所以 } b=60-\frac{7}{11}a.$$

因为 $a, b, \frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b$ 均为正整数, 所以 a 既是 3 的整数倍, 又是 11 的整数倍, b 是 3 的整数倍, 所以

$$\text{所以} \begin{cases} a=33, \\ b=39 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=66, \\ b=18. \end{cases}$$

$$\text{当 } a=33, b=39 \text{ 时, } \frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b=\frac{1}{3} \times 33+\frac{2}{3} \times 39=11+26=37;$$

$$\text{当 } a=66, b=18 \text{ 时, } \frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b=\frac{1}{3} \times 66+\frac{2}{3} \times 18=22+12=34.$$

答: 购进 A 种大米 33 袋, B 种大米 39 袋, C 种大米 37 袋或购进 A 种大米 66 袋, B 种大米 18 袋, C 种大米 34 袋.

选学 2.5 三元一次方程组及其解法

刷基础

$$\begin{cases} x+y=4, & \text{①} \\ y+z=-6, & \text{②} \\ z+x=8, & \text{③} \end{cases} \text{【解析】} \begin{cases} \text{①}+\text{②}+\text{③}, \text{得 } 2x+2y+2z=6, \text{ 所以 } x+y+z=3. \text{ 故选 A.} \\ \text{②}-\text{①}, \text{得 } 3x+y=2. \text{ ④} \end{cases}$$

$$\text{【解析】} \begin{cases} x+y+z=1, & \text{①} \\ 4x+2y+z=3, & \text{②} \\ 9x+3y+z=7, & \text{③} \end{cases}$$

③-①,得 $8x+2y=6$. ⑤ 由④⑤得到二元一次

$$\begin{cases} 3x+y=2, \\ 8x+2y=6, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=1, \\ y=-1. \end{cases} \text{把} \begin{cases} x=1, \\ y=-1 \end{cases} \text{代}$$

$$\text{入①,得 } z=1, \text{ 所以原方程组的解为 } \begin{cases} x=1, \\ y=-1, \\ z=1. \end{cases}$$

故答案为(答案不唯一)③-①, $8x+2y=6$.

3. 【解】(1) $\begin{cases} 3x-y+z=4, \text{①} \\ 2x+3y-z=12, \text{②} \end{cases}$ ①+②,得 $5x+2y=16$, ③ $\begin{cases} x+y+z=6, \text{③} \end{cases}$

16. ④ ②+③,得 $3x+4y=18$. ⑤ ④ $\times 2$ -⑤,得 $7x=14$,解得 $x=2$. 把 $x=2$ 代入④,得 $10+2y=16$,解得 $y=3$. 把 $x=2, y=3$ 代入③,得 $2+3+z=6$,解得 $z=1$.

$$\text{所以原方程组的解为} \begin{cases} x=2, \\ y=3, \\ z=1. \end{cases}$$

(2) $\begin{cases} 3x+4y-3z=3, \text{①} \\ 2x-3y-2z=2, \text{②} \end{cases}$ ③-②,得 $3x+6z=-22$, ④ $\begin{cases} 5x-3y+4z=-22, \text{④} \end{cases}$

-24. ④ ① $\times 3$ +② $\times 4$,得 $x-z=1$. ⑤ ④与⑤

$$\text{组成方程组,得} \begin{cases} 3x+6z=-24, \\ x-z=1, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=-2, \\ z=-3. \end{cases} \text{将}$$

$$\begin{cases} x=-2, \\ z=-3 \end{cases} \text{代入①,得 } -6+4y+9=3, \text{解得 } y=0,$$

$$\text{所以原方程组的解为} \begin{cases} x=-2, \\ y=0, \\ z=-3. \end{cases}$$

4. D 【解析】设原来第一堆有 x 个西瓜,第二堆有 y 个西瓜,第三堆有 z 个西瓜. 根据题意,得

$$\begin{cases} 2(x-y)=\frac{1}{3}\times 120, \\ 2y-z=\frac{1}{3}\times 120, \\ 2z-x+y=\frac{1}{3}\times 120, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=55, \\ y=35, \\ z=30, \end{cases} \text{即原来第一堆有 55 个西瓜. 故选 D.}$$

5. D 【解析】设 A, B, C 三种商品每件的价格分别为 x 元, y 元, z 元. 由题意得

$$\begin{cases} 3x+7y+z=24, \text{①} \\ 4x+10y+z=33, \text{②} \end{cases} \text{②-①,得 } x+3y=9, \text{所以}$$

$$y=\frac{9-x}{3}=3-\frac{x}{3}. \text{ 因为 } x, y \text{ 都是正整数,所以 } 3-\frac{x}{3}$$

$$\frac{x}{3} \text{ 是正整数,所以当 } x=3 \text{ 时, } y=2, z=1, \text{ 符合}$$

关键点拨

理解题中介绍的方法并灵活运用是解题的关键.

关键点拨

(1) 由题意知,水果和蔬菜的含量之比=水果格面积与所有菜格面积之比,即 $S_{\text{长方形AMPG}} : S_{\text{长方形BHPC}} = AG : BG = 20\% : 30\% = 2 : 3$,同理 $MN : AM = 15\% : 20\% = 3 : 4$.

题意;当 $x=6$ 时, $y=1, z=-1$,不符合题意,所以 $x+y+z=3+2+1=6$,所以黄老师购买 A, B, C 三种商品各一件共需付款 6 元,故选 D.

6. 16 【解析】由题意得 $\begin{cases} a+b+c=-4, \text{①} \\ 4a+2b+c=3, \text{②} \\ 16a+4b+c=35, \text{③} \end{cases}$ ②-①,得 $3a+b=7$, ④ ③-②,得 $12a+2b=32$, ⑤ ④ $\times 2$,得 $6a+2b=14$, ⑥ ⑤-⑥,得 $6a=18$,解得 $a=3$. 把 $a=3$ 代入④,得 $9+b=7$,解得 $b=-2$. 把 $a=3, b=-2$ 代入①,得 $3-2+c=-4$,解得 $c=-5$.

①,得 $3a+b=7$, ④ ③-②,得 $12a+2b=32$, ⑤ ④ $\times 2$,得 $6a+2b=14$, ⑥ ⑤-⑥,得 $6a=18$,解得 $a=3$. 把 $a=3$ 代入④,得 $9+b=7$,解得 $b=-2$. 把 $a=3, b=-2$ 代入①,得 $3-2+c=-4$,解得 $c=-5$.

$$\text{所以原方程组的解为} \begin{cases} a=3, \\ b=-2, \\ c=-5. \end{cases} \text{当 } x=3 \text{ 时,}$$

$ax^2+bx+c=3\times 3^2+(-2)\times 3+(-5)=16$,所以 ax^2+bx+c 的值为 16.

7. 【解】(1) 假设 $2x+5y+8z=m\cdot(x+2y+3z)+n\cdot(4x+3y+2z)$,对照方程两边各项的系数可

$$\text{列出方程组} \begin{cases} m+4n=2, \\ 2m+3n=5, \\ 3m+2n=8, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} m=\frac{14}{5}, \\ n=-\frac{1}{5}, \end{cases}$$

$$\text{所以 } 2x+5y+8z=\frac{14}{5}\cdot(x+2y+3z)-\frac{1}{5}\cdot(4x+3y+2z)=\frac{14}{5}\times 3-\frac{1}{5}\times 7=7.$$

(2) 设 $8a+3b-2c=m(2a-b+kc)+n(a+3b+2c)$, 则 $\begin{cases} 2m+n=8, \\ 3n-m=3, \\ km+2n=-2, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} m=3, \\ n=2, \\ k=-2, \end{cases}$ 所以 $8a+3b-2c=3\times 4+2\times(-2)=8$. 故答案为-2, 8.

项目化学习 1 青少年餐盒设计



刷难关

【解】(1) 由题图及表格可知, $AG : BG = 20\% : 30\% = 2 : 3$, $\frac{MN}{AM} = \frac{15\%}{20\%} = \frac{3}{4}$, 所以 $AG = \frac{2}{5}AB = 10$, 故答案为 $10, \frac{3}{4}$.

(2) 由(1)知 $MN = \frac{3}{4}AM = \frac{3}{4}x$, 所以 $AF = AM + NM + NF = x + \frac{3}{4}x + y$.

由题表可知长方形 ABHM 的面积 = $50\% \times (\text{长方形 ABCD 的面积} - \text{餐具格的面积} - \text{汤格的面积}) = 50\% \times (25 \times 35 - 2.5 \times 25 - 10y) = 50\% \times (812.5 - 10y)$.

填表如下:

量	第一个“故事”	第二个“故事”	用“=”连接
AF	$x+\frac{3}{4}x+y$	32.5	$x+\frac{3}{4}x+y=32.5$
长方形ABHM的面积	$25x$	$(812.5-10y)\times 50\%$	$25x=(812.5-10y)\times 50\%$
.....			

(3)由(2)得
$$\begin{cases} x+\frac{3}{4}x+y=32.5, \\ 25x=(812.5-10y)\times 50\%, \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=15, \\ y=6.25. \end{cases}$$

答: x, y 的值分别为 15, 6.25.

全章综合训练

刷中考.....

1. C 【解析】因为 $2x+3y=21$, 所以 $y=7-\frac{2}{3}x$,

所以正整数解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=5; \end{cases} \begin{cases} x=6, \\ y=3; \end{cases} \begin{cases} x=9, \\ y=1, \end{cases}$ 共 3 个, 故选 C.

2. $\begin{cases} x=5, \\ y=-1 \end{cases}$ 【解析】把 $\begin{cases} x=3, \\ y=-2 \end{cases}$ 代入 $\begin{cases} ax+y=b, \\ cx-y=d, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} 3a-2=b, \\ 3c+2=d. \end{cases}$ 因为 $\begin{cases} ax+2y=2a+b, \\ cx-2y=2c+d, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} ax+2y=2a+3a-2, \\ cx-2y=2c+3c+2, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} ax+2y=5a-2, \text{①} \\ cx-2y=5c+2, \text{②} \end{cases}$ ①+②, 得 $(a+c)x=5(a+c)$. 因为方程组 $\begin{cases} ax+y=b, \\ cx-y=d \end{cases}$ 有解, 所以 $a+c\neq 0$, 所以 $x=5$, 把 $x=5$ 代入①, 得 $5a+2y=5a-2$, 解得 $y=-1$, 所以关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax+2y=2a+b, \\ cx-2y=2c+d \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=5, \\ y=-1. \end{cases}$ 故答案为 $\begin{cases} x=5, \\ y=-1. \end{cases}$

3. 【解】(1) $\begin{cases} x=4y+1, \text{①} \\ 2x-5y=8, \text{②} \end{cases}$ 把①代入②, 得 $2(4y+1)-5y=8$, 解得 $y=2$. 把 $y=2$ 代入①, 得 $x=4\times 2+1=9$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=9, \\ y=2. \end{cases}$
(2)①+②, 得 $4x=12, x=3$. 将 $x=3$ 代入②, 得 $3+2y=1, y=-1$, 所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=3, \\ y=-1. \end{cases}$

关键点拨 4. C 【解析】因为手工艺品 A 有 x 个, 手工艺品 B 有 y 个, 一个手工艺品 A 需要 5 张彩色纸, 一个手工艺品 B 需要 2 张彩色纸, 彩色纸共用了 17 张, 所以 $5x+2y=17$. 因为一个手工艺品 A 需要 3 捆细木条, 一个手工艺品 B 需要 1 捆细木条, 细木条共用了 10 捆, 所以 $3x+y=10$. 故选 C.

5. 【解】(1)此行程的高速费原价为 $(a+b+c)$ 元, 实付 $(0.95a+0.5c)$ 元, 比原价优惠了 $a+b+c-(0.95a+0.5c)=(0.05a+b+0.5c)$ 元.
(2)设此行程中 A 市与 K 市间广西境内特定路段和其他路段的单程高速费原价分别是 x 元和 y 元.

(3)① $\times 2 +$ ②, 得 $5x=25$, 解得 $x=5$. 将 $x=5$ 代入①, 得 $5-2y=1$, 解得 $y=2$, 所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=5, \\ y=2. \end{cases}$

由题意得
$$\begin{cases} 0.5y=27.55, \\ 0.95x+0.95y=95.95, \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x=45.9, \\ y=55.1. \end{cases}$$

故此行程中 A 市与 K 市间广西境内特定路段和其他路段的单程高速费原价分别是 45.9 元和 55.1 元.

刷章测.....

1. B 【解析】A 选项, 将 $\begin{cases} x=-2, \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 代入 $x+2y=1$,

得左边 $=-2+2\times\frac{1}{2}=-1\neq 1$, 左边 \neq 右边, 不符

合题意; B 选项, 将 $\begin{cases} x=-2, \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 代入 $5x+2y=-9$,

得左边 $=5\times(-2)+2\times\frac{1}{2}=-9$, 左边=右边, 符

合题意; C 选项, 将 $\begin{cases} x=-2, \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 代入 $5x+4y=-3$,

得左边 $=5\times(-2)+4\times\frac{1}{2}=-8\neq -3$, 左边 \neq 右

边, 不符合题意; D 选项, 将 $\begin{cases} x=-2, \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 代入 $3x+$

$2y=-8$, 得左边 $=3\times(-2)+2\times\frac{1}{2}=-5\neq -8$, 左边 \neq 右边, 不符合题意. 故选 B.

2. **D** 【解析】因为方程 $(m-2)x^{|m|-1} + (n+3) \cdot y^{n^2-8} = 5$ 是关于 x, y 的二元一次方程, 所以 $m-2 \neq 0, |m|-1=1, n+3 \neq 0, n^2-8=1$, 解得 $m=-2, n=3$, 故选 D.

3. **A** 【解析】因为 $\textcircled{1} + \textcircled{2} = 52, (1) \textcircled{2} + \textcircled{3} = 64, (2) \textcircled{3} + \textcircled{4} = 57, (3) \textcircled{4} + \textcircled{5} = 69, (4) \textcircled{1} + \textcircled{5} = 46, (5)$ 所以 $(2) - (1)$, 得 $\textcircled{3} - \textcircled{1} = 12, (6) (4) - (3)$, 得 $\textcircled{5} - \textcircled{3} = 12, (7)$ 所以 $(6) + (7)$, 得 $\textcircled{5} - \textcircled{1} = 24, (8)$ 所以 $(5) + (8)$, 得 $2\textcircled{5} = 70, (5) - (8)$, 得 $2\textcircled{1} = 22$, 所以 $\textcircled{5} = 35, \textcircled{1} = 11$. 把 $\textcircled{1}$ 和 $\textcircled{5}$ 的值分别代入 (1) 和 (4) , 得 $\textcircled{2} = 41, \textcircled{4} = 34$. 把 $\textcircled{2}$ 的值代入 (2) , 得 $\textcircled{3} = 23$. 综上, 写有最大数字的卡片的编号为 $\textcircled{2}$. 故选 A.

4. **A** 【解析】把二元一次方程组 $\begin{cases} a(m+n) + b(m-n) = 12, \\ b(m+n) + a(m-n) = 16 \end{cases}$ 看成关于 $m+n$ 和 $m-n$ 的二元一次方程组. 因为关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax+by=6, \\ bx+ay=8 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=3, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} m+n=2, \\ m-n=6, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} m=4, \\ n=-2, \end{cases}$ 所以 $m+2n=0$, 故选 A.

5. **D** 【解析】当 $x=1$ 时, $a+b+c=M$, $\textcircled{1}$ 当 $x=2$ 时, $4a+2b+c=7$, $\textcircled{2}$ 当 $x=-5$ 时, $25a-5b+c=M+12$, $\textcircled{3}$ 当 $x=-6$ 时, $36a-6b+c=N$, $\textcircled{4} \textcircled{3} - \textcircled{1}$, 得 $24a-6b=12$, 即 $4a-b=2$, $\textcircled{4} - \textcircled{2}$, 得 $32a-8b=N-7$, 所以 $8(4a-b)=N-7$, 所以 $N-7=16$, 所以 $N=23$. 故选 D.

6. **A** 【解析】如图, 过点 M 作 $MN \parallel AB$. 由题意可设 $\angle KFE = my$, 则 $\angle MGH = ny$. 因为 $AB \parallel CD$, FK 平分 $\angle AFE$, 所以 $\angle EKF = \angle KFE = \angle AFK = my, \angle AFE = 2my$. 因为 $EH \parallel KF$, 所以 $\angle DEH = \angle EKF = my$. 因为 EM 平分 $\angle HED$, 所以 $\angle DEM = \frac{1}{2} \angle DEH = \frac{my}{2}$. 因为 $MN \parallel AB, AB \parallel CD$, 所以 $MN \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle NME = \angle DEM = \frac{my}{2}$. 因为 GM 平分 $\angle HGB$, 所以 $\angle BGM = \angle MGH = ny, \angle BGH = 2ny$, 所以 $\angle AGH = 180^\circ - \angle BGH = 180^\circ - 2ny$. 因为 $MN \parallel AB$, 所以 $\angle GMN = \angle BGM = ny$, 所以 $\angle GME = \angle GMN + \angle NME$, 即 $ny + \frac{my}{2} = 60^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AFE = \angle FED$. 因为

思路分析
由题意得出关于 $\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \textcircled{4} \textcircled{5}$ 的方程, 利用等式的基本性质求出它们的值, 最后根据题意得出结论.

思路分析
(1) 利用每个房间的人均费用 = 该房间的收费 ÷ 房间可住人数, 可分别求出两人间及三人间的人均费用, 比较后可得出三人间的人均费用更低, 进而可得出租住的两人间越少, 花费越少, 再结合男、女生人数, 即可求出花费最少时需要租住的两人间数量.

$\angle AGH = \angle FED$, 所以 $\angle AFE = \angle AGH$, 所以

$$180^\circ - 2ny = 2my, \text{ 所以 } \begin{cases} ny + \frac{my}{2} = 60^\circ, \\ 2my = 180^\circ - 2ny, \end{cases} \text{ 解得}$$

$$\begin{cases} my = 60^\circ, \\ ny = 30^\circ, \end{cases} \text{ 所以 } m:n = my:ny = 60^\circ:30^\circ = 2:1.$$

故选 A.

7. **1** 【解析】把 $\begin{cases} x=1, \\ y=-3 \end{cases}$ 代入方程, 得 $4+3a=7$, 解得 $a=1$. 故答案为 1.

8. $y=4x-1$ 【解析】 $4x+2y=3y+1$, 所以 $2y-3y=1-4x$, 所以 $-y=1-4x$, 所以 $y=4x-1$, 故答案为 $y=4x-1$.

9. $\frac{1}{3}$ 【解析】因为 $x \oplus (-y) = 2$, 且 $2y \oplus x = -1$, 所以 $\begin{cases} 2x-y=2, \\ 4y+x=-1, \end{cases}$ 两式相加, 得 $3x+3y=1$, 所以 $x+y=\frac{1}{3}$. 故答案为 $\frac{1}{3}$.

10. $\textcircled{1} \textcircled{3}$ 【解析】 $\begin{cases} x-y=1-3m, \textcircled{1} \\ 2x+y=8-3m, \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1} + \textcircled{2}$, 得 $3x=9-6m, x=3-2m$. 把 $x=3-2m$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $3-2m-y=1-3m, y=3-2m-1+3m=2+m$, 所以 $x+y+m=3-2m+2+m+m=5$, 所以 $\textcircled{1}$ 的说法正确. 因为 $x=3-2m, x$ 为整数, 所以 $2m$ 为整数. 因为当 $m=\frac{1}{2}$ 时, $2m$ 也是整数, 所以当 x 为整数时, m 和 y 不一定为整数, 所以 $\textcircled{2}$ 的说法错误. 因为 $y=2+m, y$ 为整数, 所以 m 为整数, 所以 $2m$ 为整数. 因为 $x=3-2m$, 所以 x 也是整数, 所以 $\textcircled{3}$ 的说法正确. 综上可知, 说法正确的是 $\textcircled{1} \textcircled{3}$, 故答案为 $\textcircled{1} \textcircled{3}$.

11. (1) 1 (2) 10 【解析】(1) 因为 $200 \div 2 = 100$ (元/人), $250 \div 3 = \frac{250}{3}$ (元/人), $100 > \frac{250}{3}$, 所以三人间的人均费用更低, 所以租住的两人间越少, 花费越少. 因为 $27 \div 3 = 9$ (间), $29 \div 3 = 9$ (间) $\cdots \cdots 2$ (人), $2 \div 2 = 1$ (间), 所以要想使花费最少, 需要租住 1 间两人间. 故答案为 1.

(2) 因为 $200 \times 0.8 \div 2 = 80$ (元/人), $80 < \frac{250}{3}$, 所以此时两人间的人均费用更低, 所以租住的两人间越多, 花费越少. 设男生租住 a 间

两人间, b 间三人间, 女生租住 m 间两人间, n 间三人间. 根据题意, 得 $2a+3b=27$, $2m+3n=29$, 所以 $b=9-\frac{2}{3}a$, $n=\frac{29-2m}{3}$. 又因为 a, b, m, n 均为非负整数, 所以 $\begin{cases} a=0, \\ b=9 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=3, \\ b=7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=6, \\ b=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=9, \\ b=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=12, \\ b=1 \end{cases}$; $\begin{cases} m=1, \\ n=9 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=4, \\ n=7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=7, \\ n=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=10, \\ n=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m=13, \\ n=1 \end{cases}$. 又因为 $a+m \leq 15$, 所以 $a+m$ 的最大值为 13, 此时 $b+n$ 的值为 10, 所以要想花费最少, 需要租住 10 间三人间. 故答案为 10.

12. 【解】(1) $\begin{cases} x=2y, ① \\ x+4y-12=0, ② \end{cases}$

把①代入②, 得 $2y+4y-12=0$, 解得 $y=2$. 把 $y=2$ 代入①, 得 $x=2 \times 2=4$,

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=4, \\ y=2. \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x+5y=6, ① \\ 6x+15y=16, ② \end{cases}$

②-① $\times 2$, 得 $5y=4$, 解得 $y=\frac{4}{5}$. 把 $y=\frac{4}{5}$ 代入

①, 得 $3x+5 \times \frac{4}{5}=6$, 解得 $x=\frac{2}{3}$,

所以原方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{2}{3}, \\ y=\frac{4}{5}. \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 5v+4t=2v-5t, ① \\ 2v-5t=22, ② \end{cases}$

由①得 $3v=-9t$, $v=-3t$, ③ 把③代入②得 $-6t-5t=22$, 解得 $t=-2$. 把 $t=-2$ 代入③得 $v=-3 \times (-2)=6$, 所以原方程组的解为 $\begin{cases} v=6, \\ t=-2. \end{cases}$

13. 思路分析 | 增收节支问题

利润 = 总产值 - 总支出
 $\downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow$
 去年: $200 = x - y$
 今年: $200 \times 2 = (1+10\%)x - (1-10\%)y$ } 求解

【解】设去年的总产值为 x 万元, 总支出为 y 万元, 则今年的总产值为 $(1+10\%)x$ 万元, 总支出为 $(1-10\%)y$ 万元.

思路分析

(1) 设小明的速度为 x 米/秒, 爸爸的速度为 y 米/秒. 根据“若两人同时同起点相向而跑, 则经过 36 秒后首次相遇; 若两人同时同起点同向而跑, 则经过 180 秒后, 爸爸首次从后面追上小明”列出二元一次方程组, 解方程组即可. (2) 先求出爸爸跑到半圈时两人之间的距离, 再求出小明追上爸爸所需时间, 进而可判断出小明能在 400 米终点前追上爸爸, 最后求出与终点的距离即可.

根据题意得 $\begin{cases} x-y=200, \\ (1+10\%)x-(1-10\%)y=200 \times 2, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=1\ 100, \\ y=900, \end{cases}$

所以 $(1+10\%)x = (1+10\%) \times 1\ 100 = 1\ 210$, $(1-10\%)y = (1-10\%) \times 900 = 810$.

答: 今年的总产值为 1 210 万元, 总支出为 810 万元.

14. 【解】(1) 设小明的速度为 x 米/秒, 爸爸的速度为 y 米/秒.

依题意得 $\begin{cases} 36(x+y)=400, \\ 180(y-x)=400, \end{cases}$

整理得 $\begin{cases} 9x+9y=100, ① \\ 9y-9x=20, ② \end{cases}$

①+②, 得 $18y=120$, 解得 $y=\frac{20}{3}$,

①-②, 得 $18x=80$, 解得 $x=\frac{40}{9}$.

答: 小明的速度为 $\frac{40}{9}$ 米/秒, 爸爸的速度为

$\frac{20}{3}$ 米/秒.

(2) 小明能在 400 米终点前追上爸爸. 爸爸跑到半圈所用时间为 $\frac{200}{6} = \frac{100}{3}$ (秒), 此时小

明所跑路程为 $\frac{100}{3} \times \frac{40}{9} = \frac{500}{3}$ (米), 爸爸和小明

的距离为 $200 - \frac{500}{3} = \frac{100}{3}$ (米), 因此小明接

下来追上爸爸所需时间为 $\frac{100}{3} \div (5-4) =$

$\frac{100}{3}$ (秒), 追上时, 爸爸跑的总路程为 $200 +$

$\frac{100}{3} \times 4 = \frac{1\ 000}{3}$ (米) < 400 米, 因此小明能在

400 米终点前追上爸爸, 追上时距离终点还有

$400 - \frac{1\ 000}{3} = \frac{200}{3}$ (米).

答: 小明能在 400 m 终点前追上爸爸, 追上时距离终点还有 $\frac{200}{3}$ m.

15. 【解】(1) 由 $x+2y-6=0$, 得 $x=6-2y$. 因为 x, y 均为正整数, 所以当 $y=1$ 时, $x=4$; 当 $y=2$ 时, $x=2$. 故方程 $x+2y-6=0$ 的所有正整数解

为 $\begin{cases} x=2, \\ y=2 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=4, \\ y=1. \end{cases}$

(2) 由题意得 $\begin{cases} x+y=0, \\ x+2y-6=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-6, \\ y=6. \end{cases}$ 把

$\begin{cases} x=-6, \\ y=6 \end{cases}$ 代入 $x-2y+mx+5=0$, 解得 $m=-\frac{13}{6}$.

(3) $x-2y+mx+5=0$, 即 $(1+m)x-2y=-5$. 因为无论实数 m 取何值, 方程 $x-2y+mx+5=0$ 总有一个固定的解, 所以 $x=0$, 则 $y=2.5$, 即

思路分析

(2) 将 $x+y=0$ 与原方程组中的方程 $x+2y-6=0$ 结合组成新的方程组, 可求得 x, y 的值, 再代入方程 $x-2y+mx+5=0$ 中可得 m 的值.

固定的解为 $\begin{cases} x=0, \\ y=2.5. \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x+2y-6=0, \textcircled{1} \\ x-2y+mx+5=0, \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1}+\textcircled{2}$, 得 $2x-6+mx+5=0$, 即 $(2+m)x=1$, 所以 $x=\frac{1}{2+m}$.

因为 x 恰为整数, m 也为整数, 所以 $2+m$ 是 1 的约数, 所以 $2+m=1$ 或 -1 , 所以 $m=-1$ 或 -3 .

第 3 章 整式的乘除

3.1 同底数幂的乘法

课时 1 同底数幂的乘法法则



1. **B** 【解析】 $a^2 \cdot a^3 = a^5$. 故选 B.

2. **D** 【解析】1 亿 = 1 万 \times 1 万 = $10^4 \times 10^4 = 10^8$, 1 兆 = 1 万 \times 1 万 \times 1 亿 = $10^4 \times 10^4 \times 10^8 = 10^{16}$, 即 $10^m = 10^{16}$, 则 $m=16$. 故选 D.

3. x^7 【解析】原式 = $(-x^2) \cdot x^2 \cdot (-x^3) = x^7$, 故答案为 x^7 .

4. $\frac{2}{3}$ 【解析】因为 $a \times a^m \times a^{3m+1} = a^{10}$, 所以 $a^{4m+2} = a^{10}$, 所以 $4m+2=10$, 解得 $m=2$. 故答案为 $\frac{2}{3}$.

5. $(b-a)^5$ (或 $-(a-b)^5$) 【解析】 $(a-b)^2(b-a)^3 = (b-a)^2(b-a)^3 = (b-a)^5 = -(a-b)^5$. 故答案为 $(b-a)^5$ (或 $-(a-b)^5$).

6. **B** 【解析】因为 $a^x=3$, 所以 $a^{x+y} = a^x \cdot a^y = 3a^y=12$, 所以 $a^y=4$, 所以 $a^x+a^y=3+4=7$, 故选 B.

7. **A** 【解析】 $(-2)^{100} + (-2)^{101} = (-2)^{100} + (-2)^{100} \times (-2) = (-2)^{100} \times (1-2) = (-2)^{100} \times (-1) = 2^{100} \times (-1) = -2^{100}$. 故选 A.

8. **A** 【解析】因为 $3^{x+3}=243$, 所以 $3^x \times 3^3=243$, 即 $27 \times 3^x=243$, 所以 $3^x=9$, 所以 $\frac{3^x}{8} = \frac{9}{8}$. 故选 A.

9. 30 【解析】设 $[2, 5]=a, [2, 6]=b, [2, m]=c$, 则有 $2^a=5, 2^b=6, 2^c=m$, 且 $a+b=c$, 所以 $m=2^c=2^{a+b}=2^a \cdot 2^b=5 \times 6=30$. 故答案为 30.

10. $2x+1$ 【解析】因为 $y=3+2^{m+1}$, 所以 $y=3+2 \cdot 2^m$, 所以 $y=2 \cdot 2^m+2+1$, 所以 $y=2(2^m+1)+1$. 因为 $x=2^m+1$, 所以 $y=2x+1$. 故答案

易错警示

本题主要考查同底数幂的乘法, 在计算时, 容易将 $-b^3 \cdot (-b)^2$ 中的底数均看成 $-b$, 算成 $(-b)^5$, 虽然对结果没有影响, 但是表示的意义完全不同.

为 $2x+1$.

11. 1.2×10^{12} 【解析】计算机工作 3×10^3 秒运算的次数为 $(4 \times 10^8) \times (3 \times 10^3) = (4 \times 3) \times (10^8 \times 10^3) = 12 \times 10^{11} = 1.2 \times 10^{12}$. 故答案为 1.2×10^{12} .

12. 8.32×10^{17} 【解析】因为 $1 \text{ km}^2 = 10^6 \text{ m}^2$, 所以 $6400 \times 10^6 \times 1.3 \times 10^8 = 8.32 \times 10^{17} (\text{kg})$, 故答案为 8.32×10^{17} .

13. 【解】根据题意得我们行驶的路程约为 $3 \times 10^8 \times 3.6 \times 10^3 = 10.8 \times 10^{11} = 1.08 \times 10^{12}$ (米). 答: 我们行驶的路程约为 1.08×10^{12} 米.

刷易错

14. 0 【解析】 $-b^3(-b)^2 - (-b)^3b^2 = -b^3 \cdot b^2 - (-b^3) \cdot b^2 = -b^5 + b^5 = 0$. 故答案为 0.

课时 2 幂的乘方



1. **B** 【解析】A 选项, $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故该选项不合题意; B 选项, $(a^3)^2 = a^6$, 故该选项符合题意; C 选项, $a^3+a^3=2a^3$, 故该选项不合题意; D 选项, $(a^3)^3=a^9$, 故该选项不合题意. 故选 B.

2. **C** 【解析】因为 $10^a \times 100^b = 10^a \times 10^{2b} = 10^{a+2b} = 20 \times 50 = 1\ 000 = 10^3$, 所以 $a+2b=3$, 所以原式 = $\frac{1}{2}(a+2b+3) = \frac{1}{2} \times (3+3) = 3$. 故选 C.

3. **C** 【解析】因为 $a=9^6=(3^2)^6=3^{12}, b=3^{14}, c=27^5=(3^3)^5=3^{15}$, 且 $15>14>12$, 所以 $c>b>a$. 故选 C.

4. 64, $-n^9, -3^{10}$ 【解析】 $[(-2)^2]^3 = (-2)^6 = 64; [(-n)^3]^3 = (-n)^9 = -n^9; (-3^2)^5 = -3^{10}$. 故答案为 64, $-n^9, -3^{10}$.

思路分析

逆用同底数幂的乘法法则, 将 2^{m+1} 写成 $2 \cdot 2^m$ 的形式, 即可求解.